

ОЦЕНИВАНИЕ ГРАНИЦЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Г.П. Шумилова, Н.Э. Готман, Т.Б. Старцева

Под динамической надежностью понимается способность энергосистемы противостоять внезапным возмущениям с минимальным ущербом для потребителей [1]. Оценка границы динамической надежности электроэнергетической системы (ЭЭС) в режиме on-line является одной из важных задач диспетчерских центров для превентивного управления энергосистемой. Информация об удаленности текущего режима от границы позволит диспетчерскому персоналу предпринять соответствующие шаги для сохранения синхронной работы ЭЭС.

Определение границы надежности аналитическими методами для ЭЭС большой размерности трудновыполнимо. Граница может быть определена на основе идентификации принадлежащих ей точек и интерполяции между ними. Авторами [2-4] предлагаются разные подходы к определению точек на границе: эволюционный алгоритм, позволяющий распределить точки равномерно по всей границе [2], алгоритм оптимизации кучи частиц путем исследования влияния наложения различных ограничений на распределение точек на границе [3], что позволяет быстро выявить ограничения и идентифицировать границу, подход, основанный на алгоритме приближенной инверсии искусственной нейронной сети (ИНС) [4]. Этот алгоритм определяет расположение самых близких к рабочему режиму точек на границе, которые удовлетворяют ограничениям по потокораспределению.

В данной работе для оценивания границы выбран метод инверсии нейронной сети с поиском единственного элемента [5] на базе алгоритма обратного распространения ошибки. Метод инверсии ИНС позволяет найти ближайшую к текущему режиму точку на границе надежности и рассчитать удаленность этого режима от границы. Поскольку для определения границы надежности выбрана инверсия ИНС, то целесообразно дать краткую информацию об этом методе.

Инверсия нейронной сети прямого распространения.

Инверсия нейронной сети (рис. 1) – процесс нахождения входного вектора X для получения желаемого выхода y при установленном наборе синаптических весов W . Имеется много методов для выполнения инверсии ИНС. В работе [4] дан обзор существующих алгоритмов инверсии, которые используются для решения различных задач.

Работа обученной нейронной сети может быть описана выражением:

$$y_k = f_k (X, W), \quad (1)$$

где y_k – k -й выход нейронной сети, соответствующий входному вектору X , W – вектор весовых коэффициентов и $f_k(\cdot)$ – функция преобразования входного вектора при его прохождении через сеть от входа до k -го выхода. Если рассматривают

задачу с единственным скалярным выходом, представленную на рис. 1, то y_k (1) может быть заменено на y , а $f_k(\cdot)$ на $f(\cdot)$.

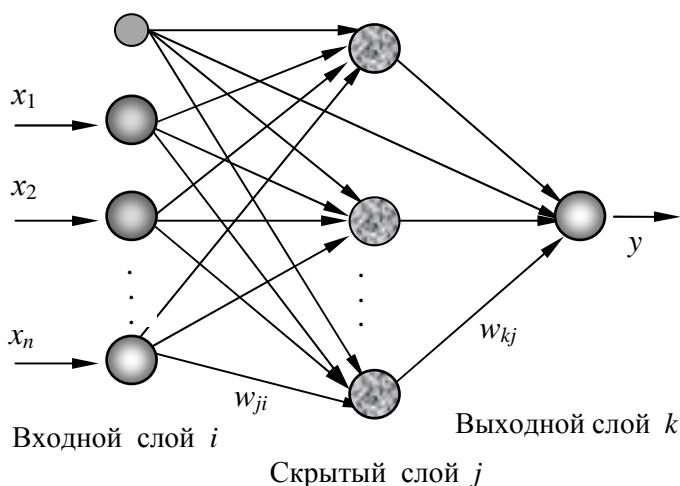


Рис. 1. Нейронная сеть – многослойный персептрон.

Инверсия нейронной сети включает в себя два этапа. На первом этапе нейронную сеть обучают, устанавливая вход и выход и пересчитывая веса до тех пор, пока приемлемый результат не будет достигнут. На втором этапе веса нейронной сети принимаются фиксированными, функция $f(\cdot)$ в этом случае зависит только от входного вектора X .

Когда размерность входа больше размерности выхода, многочисленные различные входы могут генерировать тот же самый выход. На рис. 2 представлены контуры функций $f(X) = c$ для различных постоянных c . Инверсия для заданного c состоит в нахождении одного или более элементов входного множества Λ на контуре, т.е. $\Lambda = \{X : f(X) = c\}$ и формулируется следующим образом. Необходимо найти входное множество Λ или его подмножество, которое дает наименьшую погрешность E для наперед заданного c :

$$E = \frac{1}{2} (f(X) - c)^2 \rightarrow \min$$

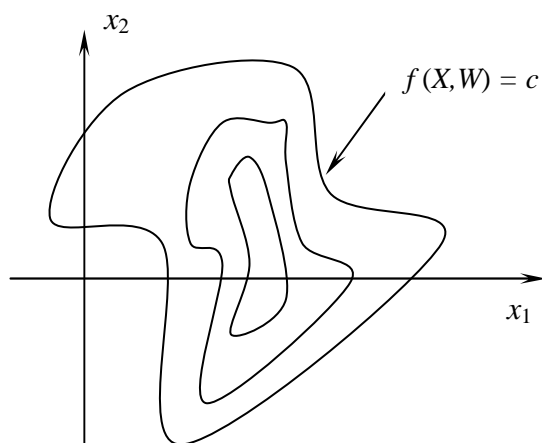


Рис. 2. Инверсия нейронной сети с множеством решений.

Выбор оптимального набора входных данных для модели оценивания границы динамической надежности ЭЭС

Оценивание границы динамической надежности ЭЭС с использованием ИНС начинается с определения параметров (классификационных признаков), позволяющих разделить весь спектр установившихся режимов на два класса: динамически надежных и динамически ненадежных. Современные ЭЭС состоят из многочисленного генерирующего и сетевого оборудования, которое может оказывать влияние на

надежность системы и параметры которого необходимо учитывать при ее оценке. При этом встает проблема большого объема вычислений. Его снижение возможно за счет выделения из всего множества классификационных признаков оптималь-

ного набора, позволяющего с достаточной точностью оценивать режим энергосистемы (надежный / ненадежный).

Для уменьшения размерности вектора входных параметров используются различные методы: Фишера [6], имитации отжига [7], дивергенция [8], автоассоциативные нейронные сети [9] и др. В данной работе для определения оптимального набора классификационных признаков динамически надежного и ненадежного режимов ЭЭС рассматриваются два: дивергенция и нелинейный анализ главных компонент (НАГК) с использованием автоассоциативных нейронных сетей. Оба метода позволяют уменьшить размерность пространства признаков. В методе дивергенции отбрасывается часть признаков, незначительно влияющая на надежность, а НАГК позволяет, не отбрасывая конкретные признаки, учитывать лишь наиболее значимые комбинации их значений. Рассмотрим кратко каждый метод и сравним результаты классификации.

Дивергенция. Дивергенция J_{ij} , как мера различия между двумя классами i и j , может быть описана выражением:

$$J_{ij} = \frac{1}{2}t_r[(C_i - C_j)(C_j^{-1} - C_i^{-1})] + \frac{1}{2}t_r[(C_i^{-1} + C_j^{-1})(m_i - m_j)(m_i - m_j)^t],$$

где t_r - след матрицы, равный сумме ее диагональных элементов, C_i - ковариационная матрица признаков класса i размерности $n \times n$, C_j - ковариационная матрица признаков класса j размерности $n \times n$, C^{-1} - обратная матрица, m_i - диагональный вектор матрицы признаков класса i размерности n , m_j - диагональный вектор матрицы признаков класса j размерности n , $(m_i - m_j)^t$ - транспонированный вектор $(m_i - m_j)$, n - количество признаков.

Признаки, которые дают большую дивергенцию, являются более важными. Любой признак, который вносит наименьший вклад в суммарную дивергенцию, может быть отброшен. Более подробно метод дивергенции описан авторами в [10].

Нелинейный анализ главных компонент с использованием автоассоциативных нейронных сетей

Анализ главных компонент (АГК). АГК – это метод отображения данных большой размерности в более низкую размерность с минимальной потерей информации. Суть метода заключается в следующем. Пусть \underline{Y} представляет матрицу данных размером $n \times m$ (n – количество наблюдений, m – число переменных). Тогда АГК можно представить как оптимальную факторизацию \underline{Y} на две матрицы: \underline{T} , названную матрицей счетов размерности $n \times l$ (l – количество факторов, $l < m$) и \underline{P} , названную матрицей нагрузок размерности $(m \times l)$, плюс матрица невязок (остатков) \underline{E} ($n \times m$):

$$\underline{Y} = \underline{T} \underline{P}^T + \underline{E}$$

Критерий оптимальности при факторизации матрицы \underline{Y} заключается в том, что Евклидова норма матрицы невязок $\|\underline{E}\|$ должна быть минимальна. Это возможно в том случае, если столбцы матрицы \underline{P} являются собственными векторами, соответствующими l самым большим собственным значениям ковариационной матрицы \underline{Y} .

Так как матрица \underline{P} является ортогональной, то $\underline{P}^T \underline{P} = \underline{I}$, где \underline{I} – единичная матрица. Используя это свойство и рассматривая АГК как линейное отображение данных из пространства R^m в пространство R^l , получим отображение:

$$\underline{T} = \underline{Y} \underline{P}, \quad (2)$$

где \underline{Y} представляет вектор данных – строку из матрицы \underline{Y} , а \underline{T} представляет соответствующую строку из матрицы \underline{T} . Элементы загрузочной матрицы \underline{P} являются коэффициентами для линейного преобразования. Потеря информации в этом отображении может быть оценена через вектор \underline{Y}' обратного преобразования R^l в R^m :

$$\underline{Y}' = \underline{T} \underline{P}^T, \quad (3)$$

где $\underline{Y}' = \underline{Y} - \underline{E}$.

Нелинейный анализ главных компонент. НАГК обобщает отображение в пространство характеристик для получения произвольных нелинейных функциональных зависимостей. По аналогии с уравнением (2), будем искать отображение в форме $\underline{T} = \underline{G}(\underline{Y})$, где \underline{G} – нелинейная векторная функция, состоящая из f отдельных нелинейных функций: $\underline{G} = \{G_1, G_2, \dots, G_f\}$. \underline{G} аналогична столбцам \underline{P} так, что если T_i представляет i -й элемент \underline{T} , то $T_i = G_i(\underline{Y})$. По аналогии с линейным АГК, G_i есть i -й нелинейный фактор \underline{Y} .

Инверсное преобразование, восстанавливающее первоначальную размерность данных, аналогично уравнению (3), обеспечивается второй нелинейной векторной функцией $\underline{H} = \{H_1, H_2, \dots, H_m\}$: $Y_j' = H_j(\underline{T})$. Потери информации снова измеряются как $\underline{E} = \underline{Y} - \underline{Y}'$, и по аналогии с АГК, функции \underline{G} и \underline{H} подбирают по минимуму $\|\underline{E}\|$.

НАГК реализуется с помощью автоассоциативной нейронной сети с нелинейными передаточными функциями. Автоассоциативная нейронная сеть, показанная на рис. 3, имеет три скрытых слоя: отображающий слой \underline{G} ; средний слой, выходы которого представляют характерные признаки вектора \underline{T} , и восстанавливающий слой \underline{H} . Второй скрытый слой комбинированной сети – самый маленький по размерности – называют бутылочным горлышком или узким горлом. Входной и выходной слою сети представляют, соответственно, \underline{Y} и \underline{Y}' . Заметим, что нейроны отображающего и восстанавливающего слоев должны иметь нелинейные передаточные функции, чтобы обеспечить возможность для моделирования произвольных функций \underline{G} и \underline{H} .

Чтобы обучить сеть, веса в нейронных сетях, воспроизводящих функции \underline{G} и \underline{H} , оптимизируются так, чтобы преобразованные выходы \underline{Y}' как можно более

точно соответствовали входам \underline{Y} . Обучение заканчивается, когда E , сумма квадратов ошибок, в уравнении (4), минимальна

$$E = \sum_{p=1}^n \sum_{i=1}^m (Y_i - Y_i')^2. \quad (4)$$

$E = \|\underline{E}\|^2$ - критерий оптимальности, используемый в АГК.

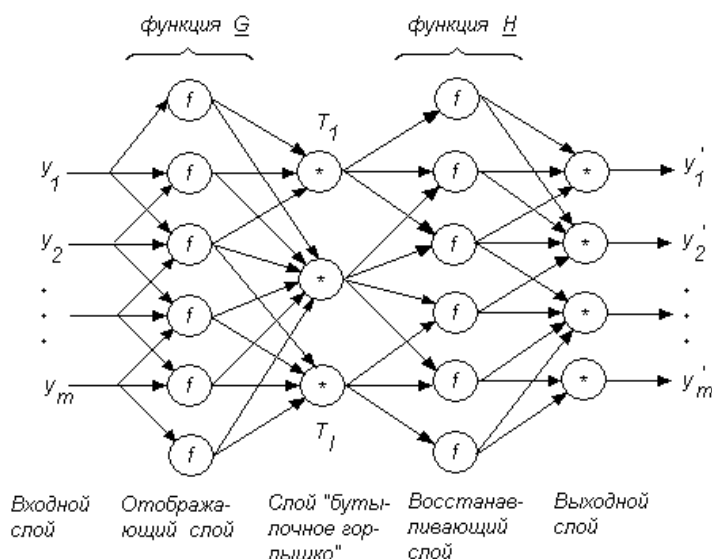


Рис. 3. Архитектура автоассоциативной нейронной сети

Сравнение методов выбора оптимальной комбинации входных параметров для модели оценки надежности

Анализ и сравнение двух методов (НАГК и дивергенции) проведены на примере Коми энергосистемы. Для получения базы данных, содержащей набор возможных состояний ЭЭС, использована программная модель, выполняющая расчеты по моделированию установившихся режимов и переходных электромеханических процессов в энергосистеме. Для каждого режима рассматривались следующие аварийные ситуации: отключение генераторов станций, имеющих наибольшую загрузку и трехфазные короткие замыкания с неуспешным АПВ на линиях.

Изменением значений активной и реактивной мощностей генераторов всех станций и значений активной и реактивной мощностей нагрузок в узлах было сформировано 160 режимов ЭЭС (80 динамически надежных и 80 динамически ненадежных). Разделение режимов на динамически надежные и ненадежные определялось по величине углов δ роторов генераторов.

Исследования С.М. Arora и S.L. Surana [11,12] показали, что множество классификационных признаков, состоящее из значений активной и реактивной генерируемых и потребляемых мощностей на каждой системе шин в предаварийном состоянии несет достаточную информацию о надежности системы. Поэтому в качестве начального множества параметров для классификации режима выбраны

значения активной и реактивной мощностей генераторов, значения активной и реактивной мощностей нагрузки в узлах и значения суммарных по всей энергосистеме активной и реактивной мощностей генерации и нагрузки в доаварийном режиме. Суммарные мощности генерации и нагрузки введены в начальное множество признаков, так как исключены мощности генерации и нагрузки, не превышающие 12 МВт. В итоге, общее количество параметров стало равно 69.

Расчеты по методу дивергенции проводились в системе MATLAB7 на всех 160 режимах. В результате, из сформированных 69 классификационных признаков получено оптимальное множество, состоящее из 21 признака.

Сжатие данных по методу НАГК проведено с использованием автоассоциативной нейронной сети с тремя скрытыми слоями (рис. 3), нейроны в которых имеют сигмоидную передаточную функцию. Количество нейронов в скрытых слоях ($M_1 = M_2 = 55$, $L = 23$) получено на основе экспериментальных расчетов при условии минимальной погрешности восстановления входного вектора. В итоге, НАГК определил оптимальное количество «сжатых» комбинаций параметров модели, равное 23.

Сравнение методов проводилось на основе результатов классификации режимов на нейросетевой модели по так называемому «индексу (или рангу) надежности» [13, 14]. На входы модели подавался полученный тем или другим методом оптимальный набор входных параметров, а на выходе, при обучении, устанавливался индекс надежности: 0 – для образца, соответствующего динамически ненадежному режиму, и 1 – для образца, соответствующего динамически надежному режиму. Определялось, насколько точно ИНС распознает режим в том и другом случае. Для принятия решения о достоверности классификации сравнение проводится с индексом 0,5, соответствующим границе динамической надежности. Образец принимается правильно классифицированным, если он соответствует динамически надежному режиму и на выходе ИНС получено значение, большее 0,5. Соответственно, если образец из класса динамически ненадежных режимов ЭЭС и на выходе получено значение, меньшее 0,5, то образец также правильно классифицирован. В остальных случаях классификация ошибочна.

Результаты сравнения двух методов (дивергенции и НАГК) показали, что использование набора входных данных для ИНС, полученных по методу дивергенции, правильно классифицирует режим ЭЭС в 100 % случаев. Наибольший процент искажения дает НАГК (26 %). Полный набор входных данных искажает результат в 14 % случаев. Таким образом, для задачи оценивания границы динамической надежности выбран оптимальный набор из 21 параметра, полученный по методу дивергенции.

Определение точки на границе динамической надежности

Для оценивания границы динамической надежности, как уже было сказано выше, выбран метод инверсии сети с поиском единственного элемента при оптимизации методом градиента. Поиск начинается с входного вектора x^0 . Если x_k^t –

k -ая компонента вектора \mathbf{x}^t , то алгоритм градиентного спуска может быть записан в виде:

$$x_k^{t+1} = x_k^t - \eta \frac{\partial E}{\partial x_k^t}, \quad (5)$$

где η – размер шага и t – индекс итерации.

Обозначим $\delta_k^t = \frac{\partial E}{\partial x_k^t}$. Тогда для входного и скрытых слоев, согласно [4]:

$$\delta_k = y_k(1 - y_k) \sum_j \delta_j w_{kj}, \quad (6)$$

где y_k – k -ая компонента выхода нейронов в рассматриваемом слое; w_{kj} – весовые коэффициенты между нейронами рассматриваемого и последующего слоев.

Для выходного слоя:

$$\delta_j = (c_j - y_j) y_j (1 - y_j). \quad (7)$$

Выходы нейронов каждого слоя вычисляются по формулам:

$$y_k = 1 / (1 + e^{-(net_k + \theta_k)}), \quad net_k = \sum_j w_{kj} y_j,$$

где θ_k – смещение, y_j – выходы предыдущего слоя.

Заметим, что производные δ_k и δ_j нейронов в (6) и (7) должны быть вычислены в обратном порядке – от выхода к входу, подобно стандартному алгоритму обратного распространения ошибки.

В формуле (5) размер шага η может быть как постоянным, так и переменным. Однако постоянный шаг плохо учитывает особенности минимизируемой функции E , поэтому при реализации инверсии для определения границы надежности использовался алгоритм с переменным шагом (деление шага пополам при увеличении ошибки).

Поиск ближайшей к рассматриваемому режиму точки на границе динамической надежности можно записать в виде следующего алгоритма:

Шаг 0. Обучение нейронной сети для получения весовых коэффициентов.

Шаг 1. Получение с помощью инверсии параметров режима, соответствующих точке на границе надежности.

Шаг 2. Проверка полученных параметров по программной модели ЭЭС на возможность существования такого устойчивого режима работы ЭЭС. Если режима не существует, то проводится корректировка параметров и переход к шагу 1, иначе алгоритм завершен.

Графическая интерпретация поиска решения в двухмерном пространстве представлена на рис. 4. Начальная точка поиска соответствует текущему рабочему режиму.

Проверка алгоритма проводилась на тех же 160 образцах динамически надежных и динамически ненадежных режимов Коми энергосистемы, подготовленных для выбора оптимального набора классификационных признаков. Обучение ИНС проведено на 80 образцах. Для остальных 80 определялись ближайшая точка на границе динамической надежности и расстояние до нее от точки текущего режима.

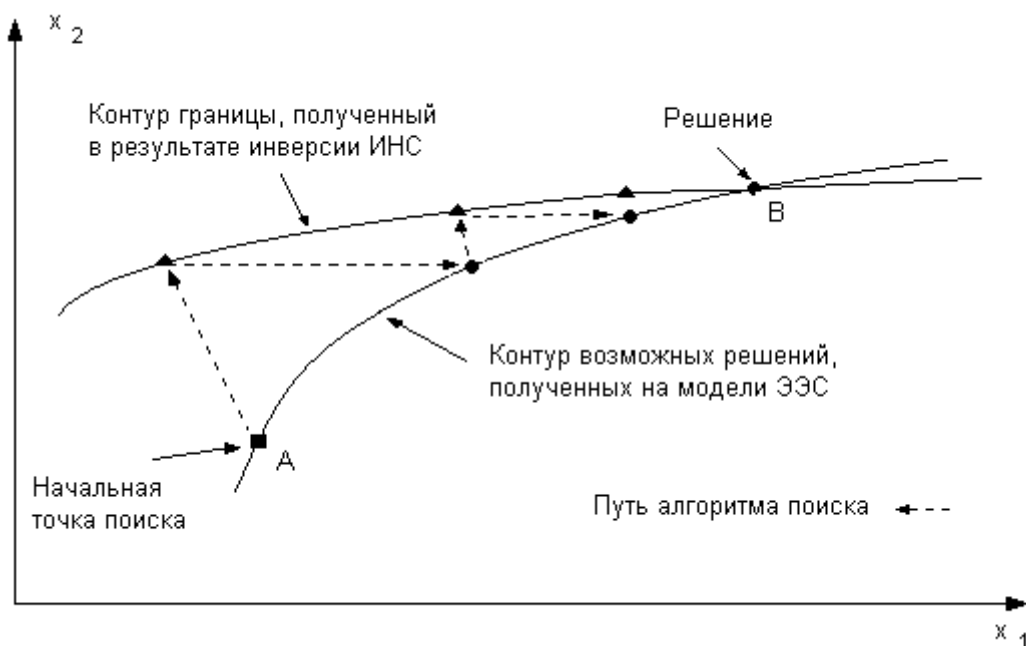


Рис. 4. Определение точки на границе надежности

Работу алгоритма можно рассмотреть на одном из динамически ненадежных режимов ЭЭС, параметры которого, выбранные по методу дивергенции, приведены табл. 1 (начальные значения параметров стоят в скобках).

Таблица 1

Начальные и граничные параметры рассматриваемого динамически ненадежного режима ЭЭС

Генерирующие и нагрузочные узлы	Значения параметров			
	P_G , МВт	Q_G , МВар	P_H , МВт	Q_H , МВар
ВТЭЦ-2, Г1	34,0 (34,0)	5,4 (5,4)	-	-
ВТЭЦ-2, Г5	-	11,7 (11,7)	-	-
ПГРЭС, блок 2	128,8 (128,6)	14,1 (14,1)	-	-
ПГРЭС, блок 3	133,2 (133,6)	14,1 (14,2)	-	-
ПГРЭС, блок 5	138,7 (138,0)	-	-	-
ТЭЦ СЛПК, Г1	42,9 (43,0)	36,2 (36,6)	-	-
ТЭЦ СЛПК, Г2	36,7 (37,0)	42,4 (42,6)	-	-
ТЭЦ СЛПК, Г6	51,0 (52,0)	20,4 (20,0)	-	-
ВТЭЦ2-110	-	-	38,33 (38,3)	-
Усинск-35	-	-	-	13,05 (13,05)
Возей-35	-	-	-	13,78 (13,78)
Сосногорская ТЭЦ	-	-	-	26,13 (26,11)
Генерация по ЭЭС	1042,4 (1043,2)	447,6 (450,8)	-	-
Нагрузка по ЭЭС	-	-	1001,6 (1001,6)	-

Примечание. Выделены граничные значения параметров.

В результате расчетов по алгоритму получены значения параметров режима на границе динамической надежности (выделены в табл. 1), т.е. найдена ближайшая к текущему режиму точка на границе. Расчет проводился до тех пор, пока

результаты инверсии не совпали с результатами расчета на модели ЭЭС. При этом полученный режим является динамически надежным, т.е. устойчивым для всех рассматриваемых аварийных ситуаций. В данном примере завершение работы алгоритма произошло на 3-ей итерации. Во второй строке табл. 2 можно проследить, как менялся индекс надежности при приближении к границе.

Таблица 2

Изменение индекса надежности и расстояния при приближении к границе

Номер итерации	1	2	3
Индекс надежности режима после коррекции	0,274	0,523	0,509
Расстояние до границы надежности	0,208	0,022	0,009

Оценка расстояния до границы динамической надежности

При оценке надежности ЭЭС важно знать расстояние от текущей рабочей точки до границы надежности. В работе [13] описывается один из методов определения расстояния до границы, основанный на оценке индекса надежности. Этим методом можно воспользоваться, если заранее известна вся область границы. В рассматриваемом случае, когда требуется в режиме реального времени определить одну ближайшую к текущему режиму точку на границе, такой принцип определения расстояния неприемлем.

Самой распространенной мерой для определения расстояния между двумя точками является Евклидова мера [15]:

$$\rho = \sqrt{(x_1 - x_1^{gp})^2 + \dots + (x_i - x_i^{gp})^2 + \dots + (x_k - x_k^{gp})^2}, \quad (8)$$

где x_i – текущее значение i -го параметра; x_i^{gp} – граничное значение i -го параметра; k – количество параметров.

В чистом виде выражение (8) не может быть использовано, поскольку параметры x_i применительно к режимным параметрам имеют разную размерность (МВт и МВАр). В этом случае целесообразно рассматривать нормированные величины, которые определяются как отношение отклонения к среднеквадратическому отклонению, т.е.

$$z_i = \frac{(x_i - x_i^{gp})}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n (x_i - x_{cp})^2 \right) / (n-1)}}$$

где x_{cp} – среднее арифметическое значений параметров по всем образцам, n – количество образцов.

Тогда формула (8) примет вид:

$$\rho = \sqrt{z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_k^2}.$$

Результаты расчета расстояния до границы по приведенным выше формулам для рассматриваемого примера приведены в третьей строке табл. 2. Расстояние от начальной точки поиска до полученной ближайшей точки на границе (расстояние АВ на рис. 4) равно 0,233.

Для того, чтобы определить насколько далек текущий режим с таким расстоянием до границы, проведены расчеты ρ для всех 80 режимов работы ЭЭС. В результате расчетов получено, что изменение расстояния до границы находится в пределах от 0 (на границе) до 3,355 при устойчивом режиме работы ЭЭС и до 4,046 - при неустойчивом режиме. Таким образом, режим в рассмотренном примере находится вблизи границы надежности, но, являясь динамически ненадежным режимом, требует коррекции со стороны диспетчерского персонала выбранных параметров как минимум до граничных значений.

Заключение

Предложенный подход к оцениванию динамической надежности ЭЭС представляет интерес для превентивного управления энергосистемой в реальном времени, важность которого увеличивается при уменьшении эксплуатационной надежности. Использование только аналитических методов не позволяет своевременно выполнять профилактические или корректирующие действия.

Для выбора оптимального набора параметров предаварийного режима, необходимых для обучения нейронной сети, применен метод дивергенции, который дает правильную классификацию всех рассмотренных образцов динамически надежных и ненадежных режимов.

Для определения границы динамической надежности разработан алгоритм, основанный на инверсии ИНС с поиском единственного элемента. Он позволяет найти ближайшую к текущему режиму точку на границе динамической надежности и определить его удаленность от границы. Такая информация поможет оператору в случае необходимости вывести ЭЭС в более безопасный режим работы.

Литература

1. *Alvarez J.-M. G., Mercado P.E.* Online Inference of the Dynamic Security Level of Power Systems Using Fuzzy Techniques // IEEE Trans. On Power Systems, Vol. 22, No. 2, May 2007. P. 717 – 726.
2. *Reed R.D., Marks II R.J.* An evolutionary algorithm for function inversion and boundary marking // Proceedings of the IEEE International Conference on Evolutionary Computation, 1995. P. 794-797.
3. *Kassabalidis I.N., El-Sharkawi M.A., Marks II R.J. and others.* Dynamic security border identification using enhanced particle swarm optimization // IEEE Trans. on Power Systems. 2002. Vol. 17, No. 3. P. 723-729.
4. *Jensen C.A., Reed R.D., El-Sharkawi M.A., Marks II R.J.* Location of operating points on the dynamic security border using constrained neural network inversion // Proc. Int. Conf. Intelligent Systems Applications to Power Systems, (ISAP 97), Seoul, Korea, July 1997.
5. *Jensen C.A., Reed R.D., Marks II R.J. et al.* Inversion of feedforward neural networks: algorithms and applications // Proceedings of the IEEE, Vol.87, No.9, 1999, P. 1536-1549.

6. *Jensen C.A., El-Sharkawi M.A., Marks II R.G.* Power systems security assessment using neural networks: Feature selection using Fisher discrimination // *IEEE Trans. On Power Systems*, vol. 16, No. 4, Nov., 2001, P. 757 – 763.

7. *Kirkpatrick S., Gelatt C.D., Vecchi M.P.* Optimization by simulated annealing // *Science*, 1983, vol. 220, P. 671 – 680.

8. *Niazi K.R., Arora C.M., Surana S.L.* Power System Security Evaluation Using ANN: Feature Selection Using Divergence // *Electric Power System Research*, vol. 69, 2004, P. 161 – 167.

9. *Kramer Mark A.* Nonlinear Principal Component Analysis Using Autoassociative Neural Networks // *AICHE Journal*, February 1991, vol. 37, No. 2. P. 233 – 243.

10. *Шумилова Г.П., Готман Н.Э., Старцева Т.Б.* Выбор входных параметров нейронной сети для решения задачи оценивания границ динамической надежности электроэнергетической системы // *Методические вопросы исследования надежности больших систем энергетики: Сб. науч. Тр. Вып. 58. Математические модели и методы исследования надежности либерализованных систем энергетики* Отв. Ред. Н.И. Воропай, М.Ш. Мисриханов. – М.–Н.Новгород: Изд-во Волго-Вятской академии государственной службы, 2008. С. 150–157.

11 *Arora S.M.* On-line transient security evaluation using pattern recognition technique/ Ph.D. Thesis, Deptt. Of Elect. Engg., JNV Univ., Jodhpur, India, 1991. 226 p.

12. *Arora S.M., Surana S.L.* Transient security evaluation and preventive control of power systems using PR techniques, *IE(I) Journal-EL*, vol. 76, Feb/March 1996, P. 199-203.

13. *Kassabalidis I.N., El-Sharkawi M.A., Marks II R.J.* Border identification for power security assessment using neural network inversion: an overview // *2002 Congress on Evolutionary Computation, 2002 IEEE World Congress on Computational Intelligence*, 2002, Honolulu, P. 1075-1079.

14. *Jensen C.A., Reed R.D., El-Sharkawi M.A., Marks II R.J.* Location of operating point on the dynamic security border using constrained neural network inversion // *Department of Electrical Engineering University of Washington, Seattle, WA 98195.*

15. *Гусак А.А., Гусак Г.М., Бричикова Е.А.* Справочник по высшей математике. – 7-ое изд. – Минск: ТетраСистемс, 2006. 640 с.